

FitzHugh-Nagumo (FHN) Nöron Modelinin Dinamik Analizleri, Simülasyon ve Analog Devre Gerçeklemesi

¹Coşkun Arslan, ²İhsan Pehlivan, ²Metin Varan, ²Akif Akgül

¹Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Sakarya Üniversitesi, Türkiye

²Teknoloji Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, Sakarya Üniversitesi, Türkiye

Özet

FitzHugh-Nagumo (FHN) benzeri nöron modelleri nöronların davranışlarını, fizyolojik yapılarını ve bilgi transfer mekanizmalarını etkileyen parametrelerin değişimlerinin incelenmesi veya nöronlar arasındaki etkileşimlerin canlı vücudu dışında ele alınması amacıyla literatüre çok önemli katkılar sunmuştur. Simülasyon incelemeleri nöral özellikleri yansıtırken, donanım gerçekleştirmeleri hem bu özellikleri yansıtmakta hem de elde edilen gerçek zamanlı işaretler robotik uygulamalar gibi çalışmalarda kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, karmaşık olan Hodgkin-Huxley (HH) Nöron Modelinin sadeleşmiş şekli olan ve harici bir akımla uyarılan FitzHugh-Nagumo (FHN) nöron modelinin incelenmesi, nümerik benzetim programları aracılığıyla modellerin test edilmesi, analog işlemsel elemanlar kullanılarak alternatif devre gerçekleştirmelerinin ortaya konulması amaçlanmıştır. Bu kapsamda FHN nöron modeli önce nümerik olarak analiz edilmiş ve daha sonra analog işlemsel elemanlar kullanılarak donanım gerçekleştirilmesi yapılmıştır. Ayrıca nöron davranışını etkileyen ve kaotik davranışa sürükleyen parametreler de incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: FitzHugh-Nagumo nöron modeli, nöron davranışları, kaotik nöron devresi

Dynamic Analysis of FitzHugh-Nagumo (FHN) Neuron Model, Simulation and Analog Circuit Implementation

Abstract

FitzHugh-Nagumo (FHN) -like neuron models have demonstrated changes in neuronal behaviour, physiological structures and parameters affecting information transfer mechanisms. The literature has made very important contributions to the interaction of neurons outside the living body. While simulation studies reflect neural characteristics, hardware implementations reflect both these characteristics and are used in robotic applications with real-time signals obtained.

In this study, we investigated the FitzHugh-Nagumo (FHN) neuron model, which is a simplified form of the Hodgkin-Huxley (HH) Neuron Model which is complicated and which is stimulated by an external current. It was aimed to test the model by means of numerical simulation programs and to present alternative circuit implementation using analogous operational elements. In this context, the FHN neuron model was analysed numerically first and then hardware implementation was performed using analogous operational elements. In addition, parameters affecting neuronal behaviour and lead to chaotic behaviour have also been examined.

Keywords: FitzHugh-Nagumo neuron model, neuron behaviours, chaotic neuron circuit.

1. Giriş

Canlıların sinir sistemindeki nöronları modellemek, membran yüzeyindeki iyon akışını matematiksel olarak ifade etmek, nöron davranışlarını ve aktivitelerini simüle etmek, beyin nasıl çalıştığını anlamak amacıyla birçok biyolojik nöron modeli geliştirilmiş ve bu biyolojik nöron modelleri çeşitli matematiksel denklemlerle ifade edilmiştir. Hodgkin-Huxley [1], FitzHugh-Nagumo [2,3], Morris-Lecar [4], Hindmarsh-Rose [5], ve Izhikevich [6] Nöron Modeli gibi modeller bunlardandır.

1952'de nöron modellerinin en başarılısı ve en yaygın kullanılanı Hodgkin-Huxley (HH) Nöron Modeli literatüre sunulmuştur [1]. Bu modelde, aksonlardaki aksiyon potansiyelinin başlangıcının ve yayılımının temeli olan iyonik mekanizma açıklanmıştır. Bu iyonik akışın membran yüzeyinde meydana getirdiği elektrik akımı ile ilgilenilmiştir. Kapsamlı bir model olması sebebi ile modelin bağımlı olduğu pek çok parametre vardır. HH modelinin ardından bu modelin sadeleşmiş şekli olan ve harici bir akımla uyarılan FitzHugh-Nagumo (FHN) Nöron Modeli geliştirilmiştir. Bu araştırmada nöronların spike davranışlarını iki adet diferansiyel denklemlerle tanımlayabilen FitzHugh-Nagumo Nöron Modeli incelenmiştir [2,3].

Kalbin dinamiklerini temsil eden ilk model Van der Pol modelidir (BVP). 1928'de Van Der Pol, "rahatlama salınımları" sistemi kavramına dayalı bir kalp atışı denklemi önerdi [7].

$$\ddot{v} - \alpha(1 - v^2)\dot{v} + w^2v = 0 \quad (1)$$

Burada α ana dinamiği belirler: daha küçük α sistem çıkışını sinüsoidal hale getirir. Daha büyük α değerleri gevşetme salınımları üretebilir. Bu denklemde genel olarak $w=1$ alınır.

1952'de Hodgkin ve Huxley, öncü çalışmalarında, sinirde aksiyon potansiyelinin (AP) mevcut iletimini ve uyarılmasını temel alan ve yeni bir döneme kapı açan, iyonik mekanizmaların dört boyutlu bir elektro-fizyolojik modelini (V, m, h, n) sundular. Bu çalışma için 1963'de Nobel Fizyoloji ve Tıp Ödülü aldılar. HH Nöron Modeli bir nöronun elektriksel karakteristiğinin incelenmesinde, özellikle aksiyon potansiyelinin üretilmesinin ve yayılımının açıklanmasında doğru sonuçlar veren detaylı bir modeldir [1].

FitzHugh tarafından, HH nöron modelinin değişkenlerini azaltmak için birtakım çalışmalar yapılmıştır. Fitzhugh, Hodgkin-Huxley modellerini iki değişkene indirgedi ve Nagumo, Fitzhugh modelinin davranışını taklit eden bir elektrik devresi inşa etti [8].

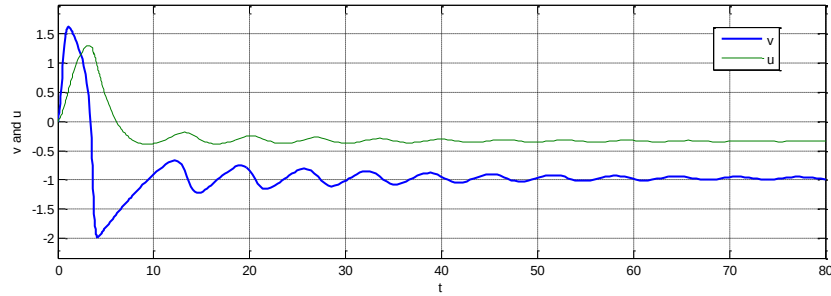
2. FitzHugh-Nagumo (FHN) Nöron Modeli

HH modelinin geliştirilmesinde yapılan deneysel çalışmalarda hücredeki sodyum ve potasyum iletkenlikleri ölçülmüş ve elde edilen verilerden iletkenliklere ait eğriler uydurulmuştur. Sodyum eğrisi kübik bir fonksiyon ve potasyum eğrisi 4. dereceden bir fonksiyon olarak bulunmuştur. Nöron dinamiklerini tanımlamak üzere iletkenliğe dayalı olarak geliştirdikleri model dört diferansiyel denklemden oluşmaktadır. Diferansiyel denklemlerden biri membran gerilimindeki değişimleri, ikisi sodyum kanalını ve bir denklemden potasyum kanalını modellemektedir [9].

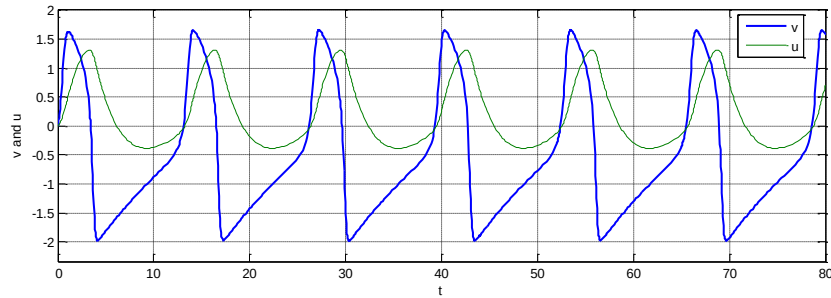
HH modelinde çeşitli indirgemeler yapılarak elde edilen FitzHugh-Nagumo modeli dört diferansiyel denklem yerine iki diferansiyel denklemle ifade edilmektedir.

$$\begin{cases} \dot{v} = c \left(v - u + I - \frac{v^3}{3} \right) \\ \dot{u} = \frac{v - bu + a}{c} \end{cases} \quad (2)$$

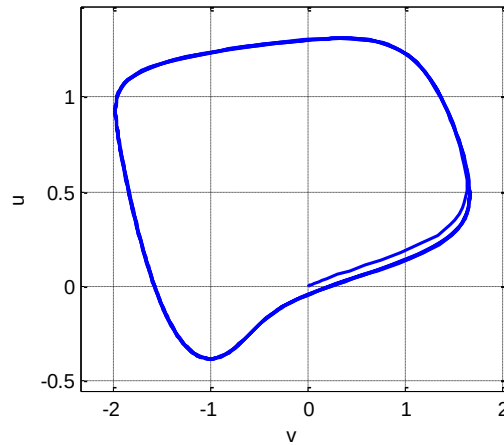
Burada v membran potansiyelini, u nöronun dinlenme durumuna dönmesine neden olan toparlanma parametresini, I membrana uygulanan harici akımı temsil etmektedir. a , b , c parametreleri ise sabit değerlerdir ve nümerik simülasyonda $a=0.7$, $b=0.8$, $c=3$ değerlerinde seçilmiştir[10]. Denklem 1 harici akımının 0.33 ve 0.34 değerleri için sisteme ait durum değişkenlerinin Matlab programında elde edilen zaman serisi grafikleri Şekil 1. ve Şekil 2’de, faz portresi ise Şekil 3’te görülmektedir.



Şekil 1. FHN Nöron Modeli’nin $I=0.33$ iken membran potansiyeli ve toparlanma parametresi.

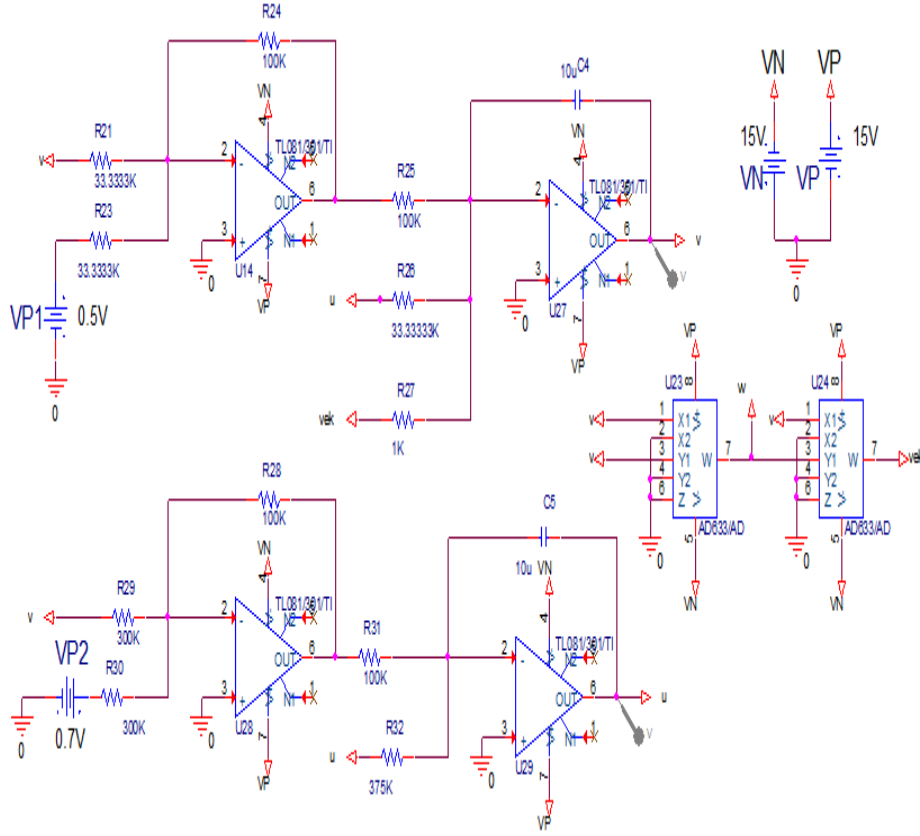


Şekil 2. FHN Nöron Modeli’nin $I=0.34$ iken membran potansiyeli ve toparlanma parametresi.



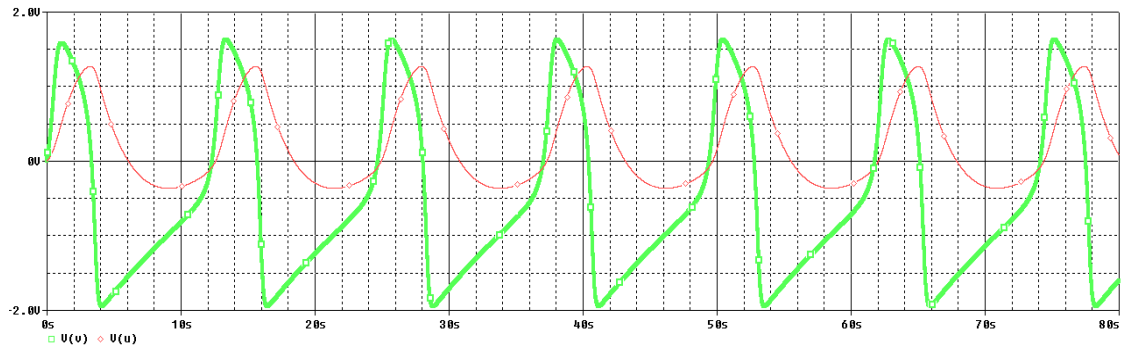
Şekil 3. FHN Nöron Modeli’nin $I=0.34$ iken v - u faz portre grafiği.

2.1. FHN Nöron Modeli analog devre tasarımı ve Orcad-Pspice simülasyonu

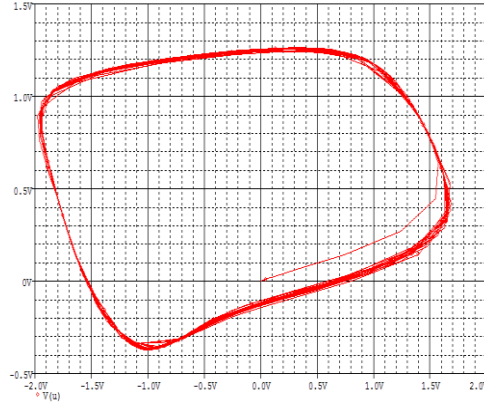


Şekil 4. FHN Nöron Modeli'nin Orcad-Pspice'da tasarlanan elektronik devre şeması

FHN Nöron Modelinin toplayıcı, integral alıcı, çarpma entegresi gibi analog devreler ve diğer devre elemanları ile Orcad-Pspice programında tasarlanan elektronik devresi Şekil 4.'te sunulmuştur. Burada VP1 gerilimi I parametresini temsil etmektedir. Devre sayısal simülasyondaki kadar ideal davranış göstermediğinden, sayısal simülasyonda $I=0.34$ için elde edilen iken elde edilen sinyaller, Orcad-Pspice elektronik devre simülasyonunda $I=0.5$ değeri civarında elde edilmiştir. $I=0.5$ için devre simülasyonunda elde edilen membran potansiyeli ve toparlanma parametresine ait zaman serileri Şekil 5.'de, faz portresi ise Şekil 6'da görülmektedir.



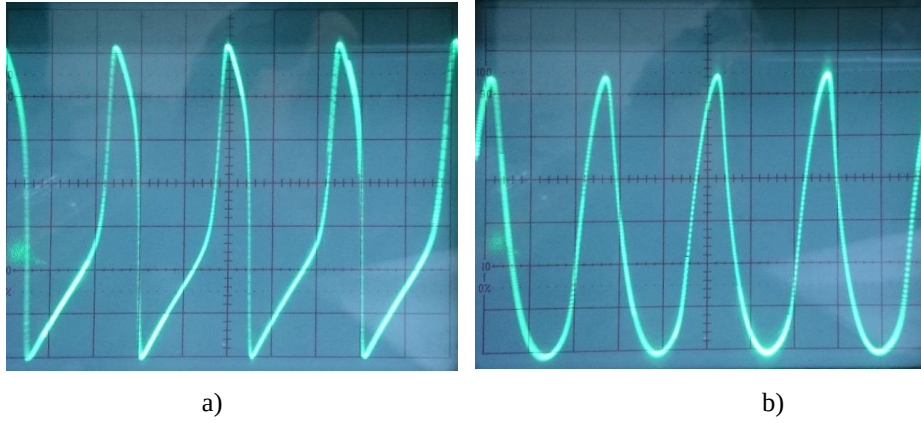
Şekil 5. FHN Nöron Modeli elektronik devresinin $I=0.5$ iken membran potansiyeli ve toparlanma parametresi.



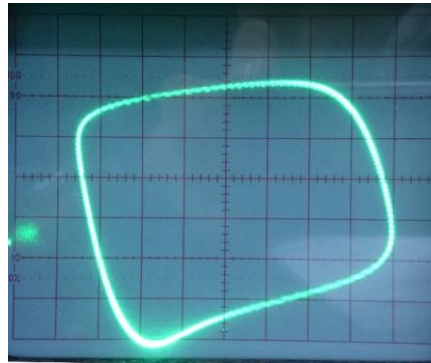
Şekil 6. FHN Nöron Modeli elektronik devresinin $I=0.5$ iken $v-u$ faz portre grafiği

2.2. FHN Nöron Modeli elektronik devresinin fiziksel gerçekleştirilmesi

FHN nöron modeline ait Şekil 5.'de verilen elektronik devre tasarımının, OrCAD-PSpice programında simüle edilmesinden sonra gerçek ortamdaki elektronik devresi kurulmuştur. Gerçek ortam uygulaması sonucunda osiloskop ekranında elde edilen membran potansiyeli(v) ve toparlanma parametresine(u) ait zaman serileri ile $v-u$ faz portresine ait görüntüler sırasıyla Şekil 7. ve Şekil 8.'de görülmektedir.



Şekil 7. FHN Nöron Modeli elektronik devre gerçekleştirilmesine ait osiloskop ekran görüntüleri
a) membran potansiyeli(v) zaman serisi, b) toparlanma parametresi(u) zaman serisi



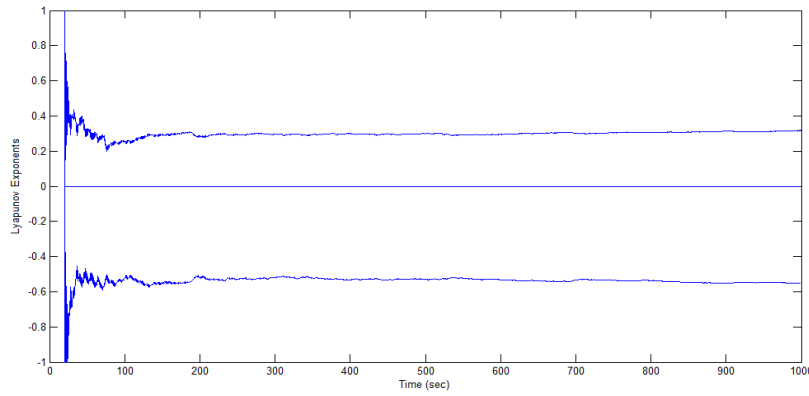
Şekil 8. FHN Nöron Modeli elektronik devre gerçekleştirilmesinde $v-u$ faz portresini gösteren osiloskop ekranı

3. FHN Nöron Modelinin Kaotik Dinamikleri

Bu kısımda FHN nöron modeli modelini kaotik davranış tipine iten durum incelenmiş ve analizleri yapılmıştır. FHN modeli, gerçek nöronal sistemlerdeki çeşitli dinamik davranışlara önemli kavrayışlar kazandırmak için kullanılan matematiksel bir paradigmadır [8,11]. Normal salınımlar gösteren birleştirilmiş nöronlar ağında, izole edilmiş nöronların parametreleri düzenli bir rejimdedir. Harici dalgalanmalar veya yavaş çevresel etkiler altında, bazı nöronların parametreleri kaotik rejime sürüklenebilmektedir. Bu gerçekleştiğinde, tüm sistem belirli bir hastalığa karşılık gelebilecek şekilde kaotik davranır gibi görünmektedir [8]. Tek bir yalıtılmış nöron için, ilgili dinamik sistem iki boyutlu, doğrusal olmayan adi diferansiyel denklemler tarafından tanımlanmaktadır:

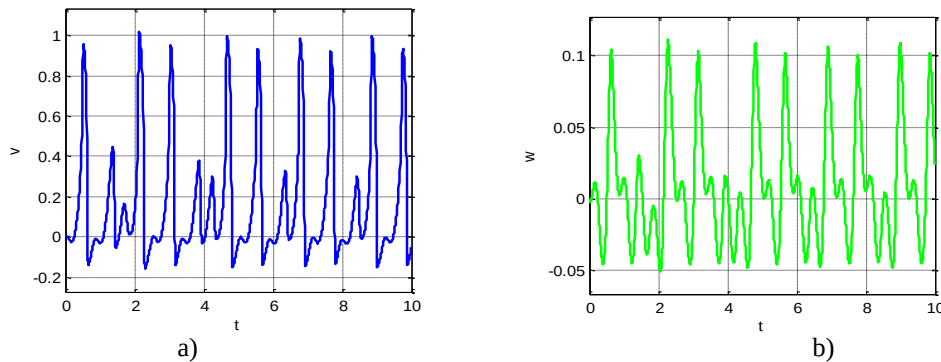
$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{1}{\delta}(v(v-a)(1-v) - w) \\ \dot{w} = v - w - b + S(t) \end{cases} \quad (3)$$

Burada, v membran potansiyeli, w , geri kazanım değişkeni, $S(t)$ tahrik sinyali (örneğin, periyodik sinyal) ve a , b ve δ denklemin parametreleridir. Zaman bağımlı sinüs sinyali $S(t)$ etkisiyle denklemler, kaosu ortaya çıkabileceği üç boyutlu bir dinamik sistem haline gelir [12].



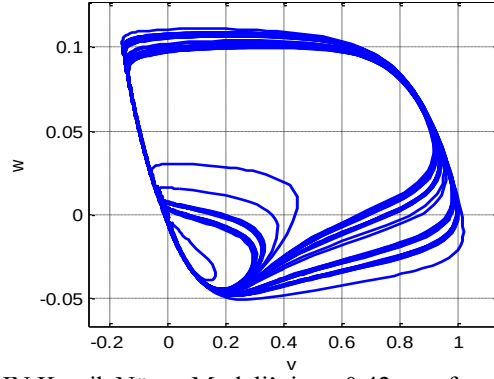
Şekil 9. FHN Kaotik Nöron Modeli'nin $a=0.42$ için lyapunov üstelleri

FitzHugh-Nagumo sinüsoidal sürüş sinyali $S(t) = r \sin(\omega_o t)$, model parametreleri $r = 0.32$, $\omega_o = 15$, $\delta = 0.005$, ve $b = 0.15$ 'dir. $a = 0.42$ için, Sistemin lyapunov üstellerinden birincisi pozitif, ikincisi sıfır ve diğeri negatif olduğundan sistem bu parametre değerlerinde kaotik davranmaktadır.



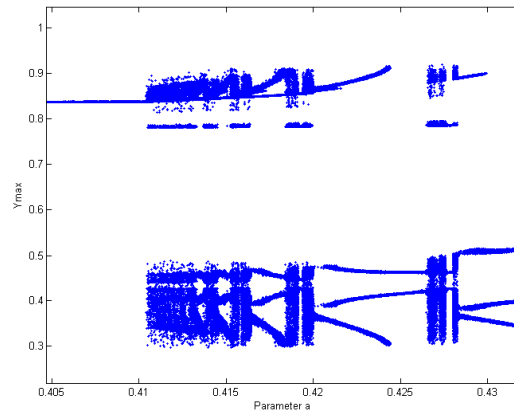
Şekil 10. FHN Kaotik Nöron Modeli'nin $a=0.42$ için **a)** membran potansiyeli, **b)** geri kazanım değişkeni

FHN Kaotik Nöron Modeli'nin verilen tipik parametre değerleri için Matlab programında elde edilen membran potansiyeli(v) ve geri kazanım değişkeni(w) durum değişkenlerine ait zaman serisi grafikleri Şekil 10.'da, v - w faz portresi grafiği ise Şekil 11'de görülmektedir.

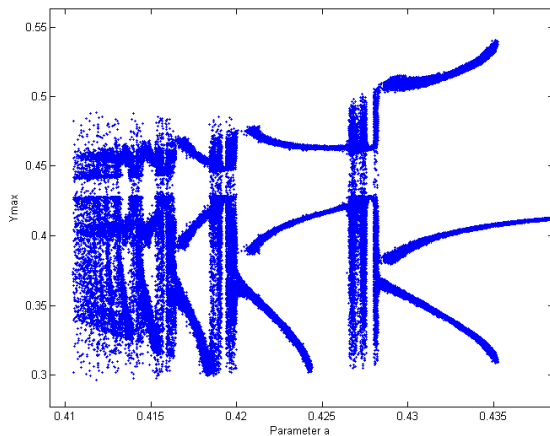


Şekil 11. FHN Kaotik Nöron Modeli'nin $a=0.42$ v - w faz portre gösterimi.

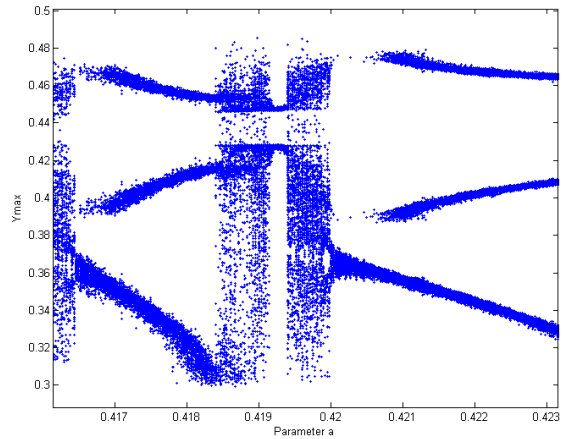
FHN Kaotik Nöron Modeli'nin kaotik davranış gösterdiği aralığı, a parametresinin değişimine bağlı olarak detaylı inceleyebilmek için, Matlab programında elde edilen ayrıntılı Çatallaşma grafikleri Şekil 12.'de, Lyapunov Üstelleri Spektrumu grafiği ise Şekil 13'de görülmektedir.



a)

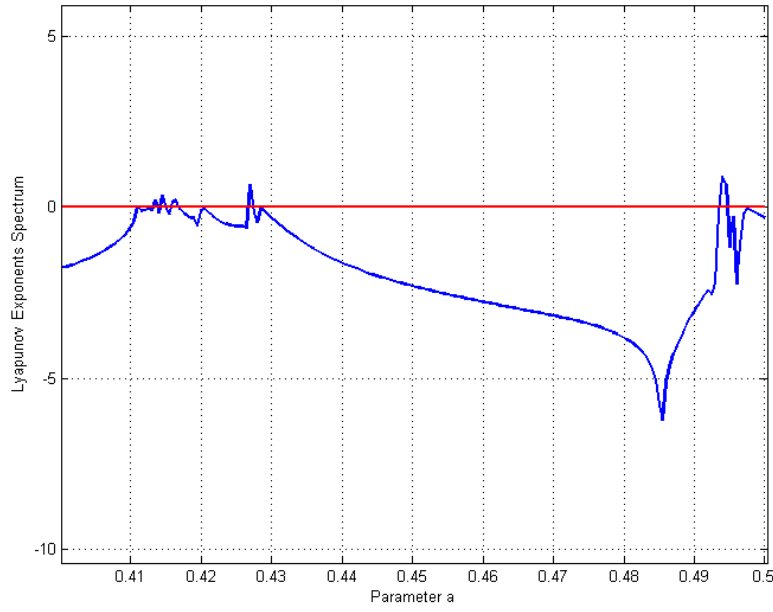


b)



c)

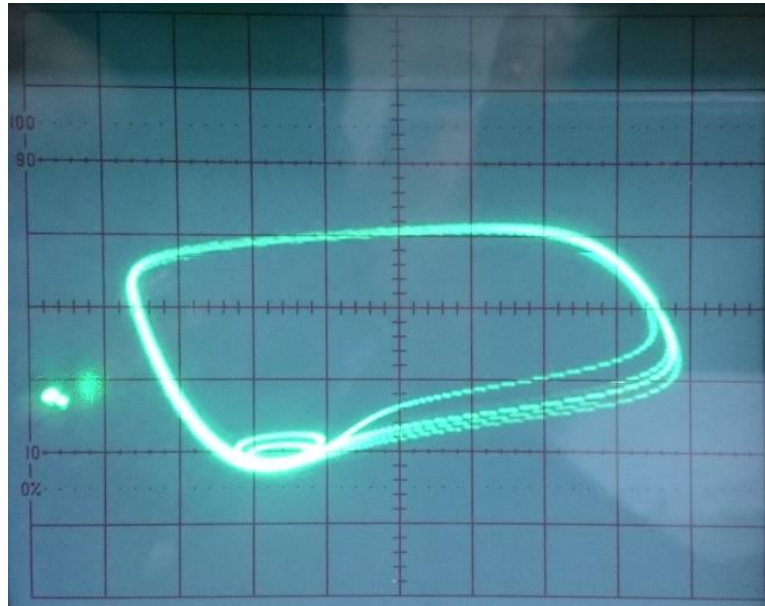
Şekil 12. FHN Kaotik Nöron Modeli'nin a parametresi için farklı hassasiyetlerdeki çatallaşma diyagramları



Şekil 13. FHN Kaotik Nöron Modeli'nin layapunov üstelleri spektrumu

4. FHN Kaotik Nöron Modeli elektronik devresinin fiziksel gerçekleştirilmesi

3. bölümde anlatıldığı gibi, FHN nöron modeline dışarıdan uygulanan $S(t)$ tahrik sinyali ile nöron kaotik davranışa sürüklenmektedir. 3. Bölümde kaotik analizlerin yapıldığı parametre ve $S(t)$ tahrik sinyali değerleri için gerçek ortamdaki elektronik devresi kurulmuştur. Fiziksel gerçekleştirme sonucunda, membran potansiyeli(v) - toparlanma parametresi(u) faz portresine ait osiloskop ekranında elde edilen görüntü Şekil 14'de görülmektedir.



Şekil 14. FHN Kaotik Nöron Modeli'nin membran potansiyeli(v) - toparlanma parametresi(u) faz portresine ait osiloskop ekranında elde edilen görüntü

5. Sonuçlar

Bu makalede Hodgkin-Huxley (HH) Nöron Modelinin sadeleştirilmiş hali olan ve harici bir akımla uyarılan FitzHugh-Nagumo (FHN) nöron modeli ele alınmıştır. Nöron modelinin kaotik olmayan ve kaotik olan parametre değerleri için detaylı analizleri, Matlab, PSpice ve gerçek fiziksel ortam olmak üzere 3 ayrı platformda elde edilmiştir.

Matlab programında nümerik olarak, nöron modelinin kaotik olan ve olmayan tüm davranışları analiz edilmiştir. Pspice programı ile nöronun analog elemanlar ile alternatif bir elektronik devresi tasarlanarak, nöron davranışı simüle edilmiştir.

Gerçek fiziksel ortamda elektronik devre kurularak kaotik olmayan ve kaotik olan parametre değerlerinde osiloskop ekranı üzerinde elde edilen sonuçlar, Matlab ve PSpice sonuçlarını doğrulamıştır. 3 ayrı platformda yapılan çalışmalar ile FHN nöron modeli davranışını etkileyen ve kaosa sürükleyen parametreler incelenmiştir. FHN nöron denklemindeki membrana uygulanan harici akımının (I) hangi değerlerinde sistemin sükûnet, hangi değerlerinde spike davranışı gösterdiği gözlemlenmiştir. Nöron modeline dışarıdan uygulanan $S(t)$ tahrik sinyali için sistemin kaosa sürüklendiği gözlemlenmiştir.

Kaynakça

- [1] Hodgkin, A. L., & Huxley, A. F. (1952). Propagation of electrical signals along giant nerve fibres. Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences, 177-183.
- [2] FitzHugh, R., 1969. Mathematical models for excitation and propagation in nerve. Biological Engineering, H.P. Schawm (Ed.), New York: McGraw-Hill, 1: 185.
- [3] Nagumo, J., Sato, S., 1972. On a response characteristic of mathematical neuron model. Kybernetik, 10: 155-164.
- [4] Morris, C., Lecar, H., 1981. Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber. Biophysical Journal, 35: 193-213.
- [5] Hindmarsh, J.L., Rose, R.M., 1984. A model of neuronal bursting using three couple first order differential equations. Proc. R. Soc. Lond. Biol. Sci., 221(1222): 87-102.
- [6] Izhikevich, E.M., 2004. Simple model of spiking neurons. IEEE Transactions on Neural Networks, 14(6): 1569-1572.
- [7] B. van der Pol and J. van der Mark, "The heartbeat considered as a relaxation oscillation, and an electrical model of the heart," in Philosophical Magazine Series 7, vol. 6, pp. 763-775, Nov. 1928.
- [8] FitzHugh, R., 1961. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane. Biophysical Journal, 1(6): 445-466.
- [9] Uzuntarla, M., & Özer, M. Nöronların İletişiminde Sezgisel Senkronizasyon.
- [10] Weinstein, R.K., Lee R.H., 2006. Architectures for high-performance FPGA implementations of neural models. Journal of Neural Engineering, 3: 21-34.
- [11] Nagumo, J.; Arimoto, S.; Yoshizawa, S. An active pulse transmission line simulating nerve axon. Proc. IRE 1962, 50, 2061-2070.
- [12] Ott, E. Chaos in Dynamical Systems, 2nd ed.; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2002.